Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Схема заполнения

Для билета

Для билета

Вариант задания 1

Лист работы 1 из 4

№1 ~~Обозначим Сафию буквой a, Арсения — буквой b, а Дэну — буквой c. Тогда по условию~~ Обозначим скорость съедания малины Сафией буквой a, скорость Арсения - буквой b, а скорость Дэна - буквой c. Тогда по условию $a+b=\frac{0,5\ кг}{9\ мин}=\frac{1}{18}$ кг/мин, $b+c=\frac{0,5кг}{12\ мин}=\frac{1}{24}$ кг/мин, $a+c=\frac{0,5\ кг}{18\ мин}=\frac{1}{36}$ кг/мин. Сложим все уравнения и получим, что $2a+2b+2c=\frac{1^{3}}{24}+\frac{1^{4}}{18}+\frac{1^{2}}{36}$. Приведем к общему знаменателю: $2a+2b+2c=\frac{3}{72}+\frac{4}{72}+\frac{2}{72}=\frac{9}{72}$. Делим обе части выражения $2(a+b+c)=\frac{9}{72}$ на 2: $a+b+c=\frac{9}{144}$. ~~И получаем~~ Сокращаем полученное число: $\frac{9}{144}=\frac{1}{16}$ кг/мин. Т.е. $a+b+c=\frac{1}{16}$ кг/мин. И получается, что Сафия, Арсений и Дэна съедят 1 кг малины за 16 минут

Ответ: 16 минут

№2

Дано квадратное уравнение $5x^2-21x+4$:

$D=441-4\cdot5\cdot4=441-80=361=19^2$

$x_1=\frac{21-19}{10}=0,2$

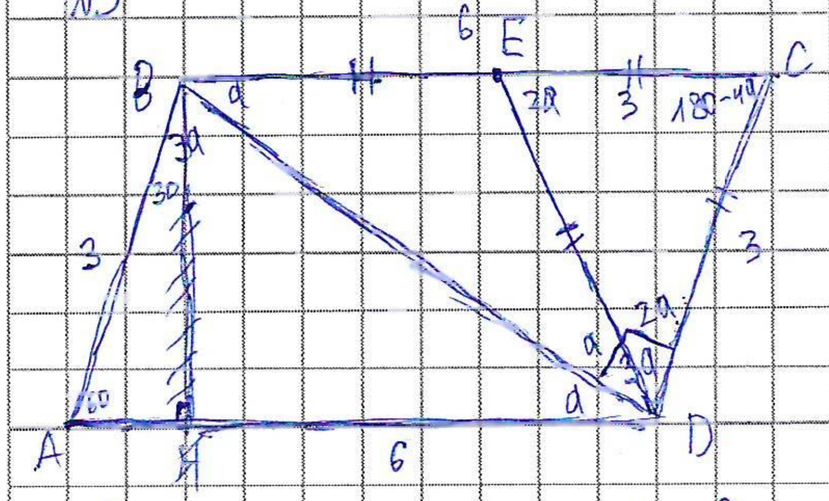
$x_2=\frac{21+19}{10}=4$

Тогда $5x^2-21x+4$ при $x=0$ и равно 0 и $y\in(-\infty;+\infty)$. Но других целых значений x мы подобрать не сможем значит $x=4$

Ответ: $x=4$

Можно использовать оборот листа для записи решений

№3



Во параллелограмме ABCD проведем DE так, чтобы углы EBD и EDB были равны. Пусть эти углы равны a. Тогда по условию углы ABD и BDC равны 3a. И угол A = ∠C = 180 - 4a.

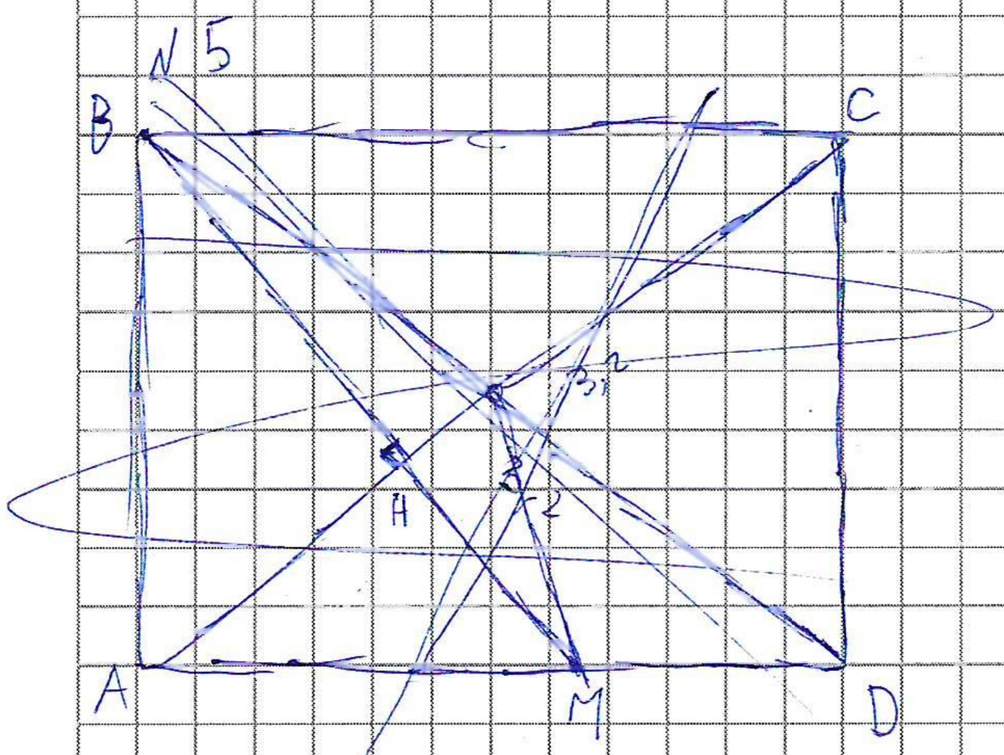
Треугольник BDE - равнобедренный ⇒ BE = ED. И угол EDC равен 2a (3a - a). Значит угол CED = 180 - (180 - 4a) - 2a = 2a. Т.е. ΔECD - тоже равнобедренный и сторона EC равна 3. Тогда сторона BE равна тоже 3 и по доказанному, что она в равнобедренном треугольнике, получили, что ED = 3. Т.е ΔECD - равносторонний. И 2a = 60 ⇒ a = 30°. ~~Проведем высоту BH. ∠A = 180 - 4a = 180 - 120 = 60° ⇒ ∠ABH = 30°~~ ~~Т.к. катет, лежащий как~~ Найдем площадь параллелограмма ABCD:

S_{ABCD} = высота · сторону. Т.к. диагональ BD делится высотой, ~~что~~ (3a = 3 · 30 = 90°), то $S_{ABCD} = BD \cdot AB = BD \cdot 3$. Найдем BD:

$BD^2 = \cancel{AB^2}\ DC^2 + BC^2 = 6^2 + 3^2 = 36 + 9 = 45$. Т.е. $BD = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$. Значит $S_{ABCD} = 3\sqrt{5} \cdot 3 = 9\sqrt{5}$

Ответ: $9\sqrt{5}$

№5

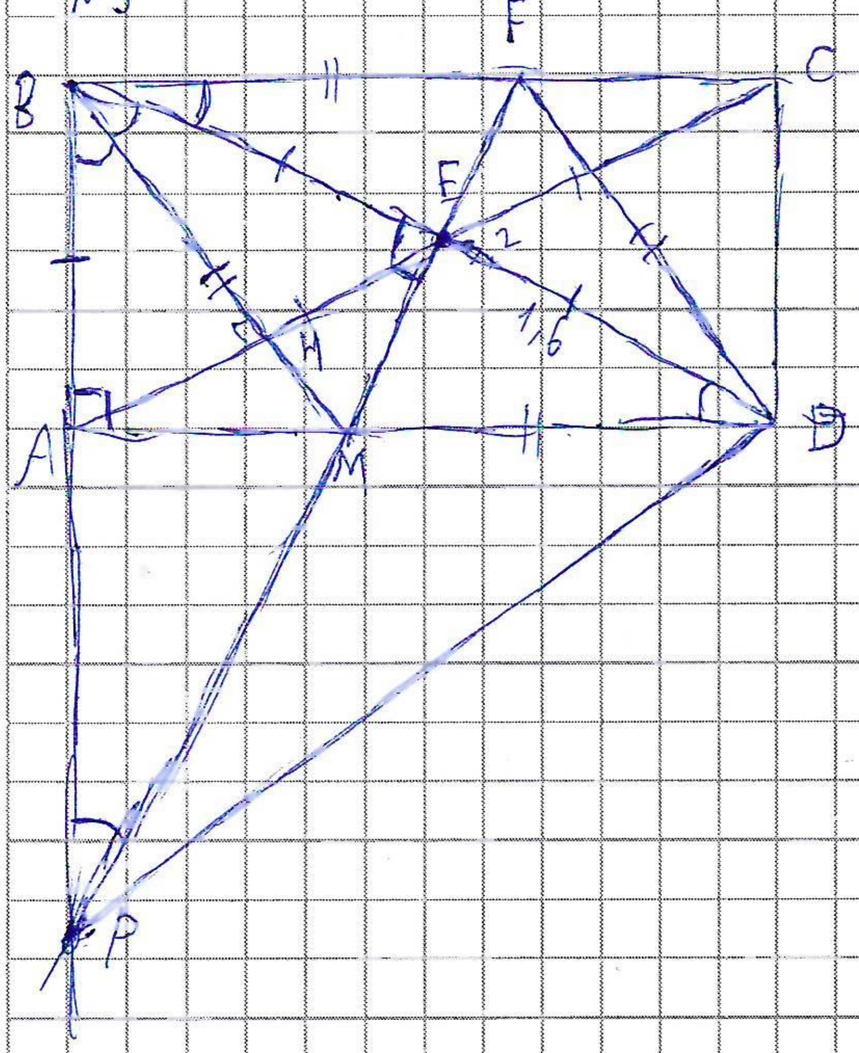


Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 1

№5



По условию M равноудалена от B и D $\Rightarrow$ BM=MD и $\triangle$ BMD - равнобедренный. Проведем BD. Она проходит через середину AE диагонали AC. Значит PE - не только медиана, но и высота. Проведем аналогично с ME. Получим, что PB=PD. $\angle CBP = \angle MDB = \angle DBM$ (по параллельности BC и AD). Т.к. $\angle BAM = \angle BEM = 30°$, и BM $\perp$ AE, то ABEM - вписанный и $\angle ABM = \angle MBP = \angle DBC = \frac{1}{3} \cdot 90 = 30°$. Также мы получили равнобедренный $\triangle$ ABE, где BH - высота $\Rightarrow$ BH - медиана $\Rightarrow AH = \frac{1}{2}AE = \frac{1}{4}AC = \frac{1}{4} \cdot 3{,}2 = 0{,}8$.

Т.к. в $\triangle$PBE $\angle PEB = 90°$, а $\angle PBE = 60°$, то $\angle BPE = 180 - 90 - 60 = 30°$. А значит BE = 1,6 $\Rightarrow$ $(3{,}2 : 2) = \frac{1}{2}PB = \frac{1}{2}PD$. Значит $PD = 1{,}6 : \frac{1}{2} = 3{,}2$

Ответ: AH = 0,8; PD = 3,2

№4

$$\left| \frac{x(x^2-3) + (x+2)^2 - (x^3+6)}{x + \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} - 1} \right| = a^2 + 1$$

Раскроем скобки

$$\left| \frac{x^3 - 3x + x^2 + 4x + 4 - x^3 - 6}{x + \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - 1} \right| = a^2 + 1$$

$$\left| \frac{x^2 + x - 2}{x + 2} \right| = a^2 + 1$$

$$\frac{-x^2-x+2}{x+2}=a^2+1 \qquad \frac{x^2+x-2}{x+2}=a^2+1$$

$-x^2-x+2=(a^2+1)(x+2)$ $\quad x^2+x-2=(a^2+1)(x+2)$

$-x^2-x+2=a^2x+2a^2+x+2$ $\quad x^2+x-2=a^2x+2a^2+x+2$

$-x^2-x+2=a^2(x+2)+x+2$ $\quad x^2+x-2=a^2(x+2)+x+2$

$-x^2-2x=a^2(x+2)$ $\quad x^2-4=a^2\cdot(x+2)$

$$\frac{-x(x+2)}{x+2}=a^2 \qquad \frac{x^2-4}{x+2}=a^2$$

$$\frac{(x-2)(x+2)}{x+2}=a^2$$

$x\neq -2$ $\quad x-2=a^2$

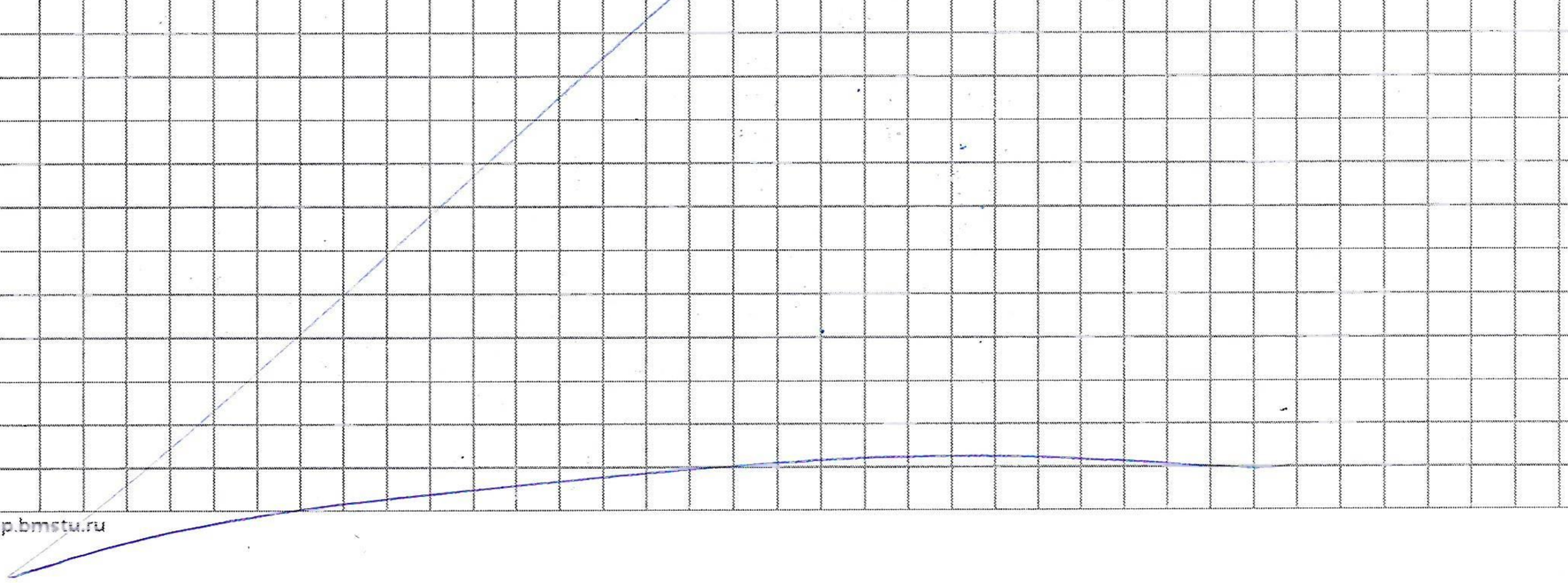
$-x=a^2$

Но при любом a x будет положительным

Значит при любом a x будет равен $-a^2 \Rightarrow a\in(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$

т.е. отрицательным, или равным 0

Ответ: $a\in(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$

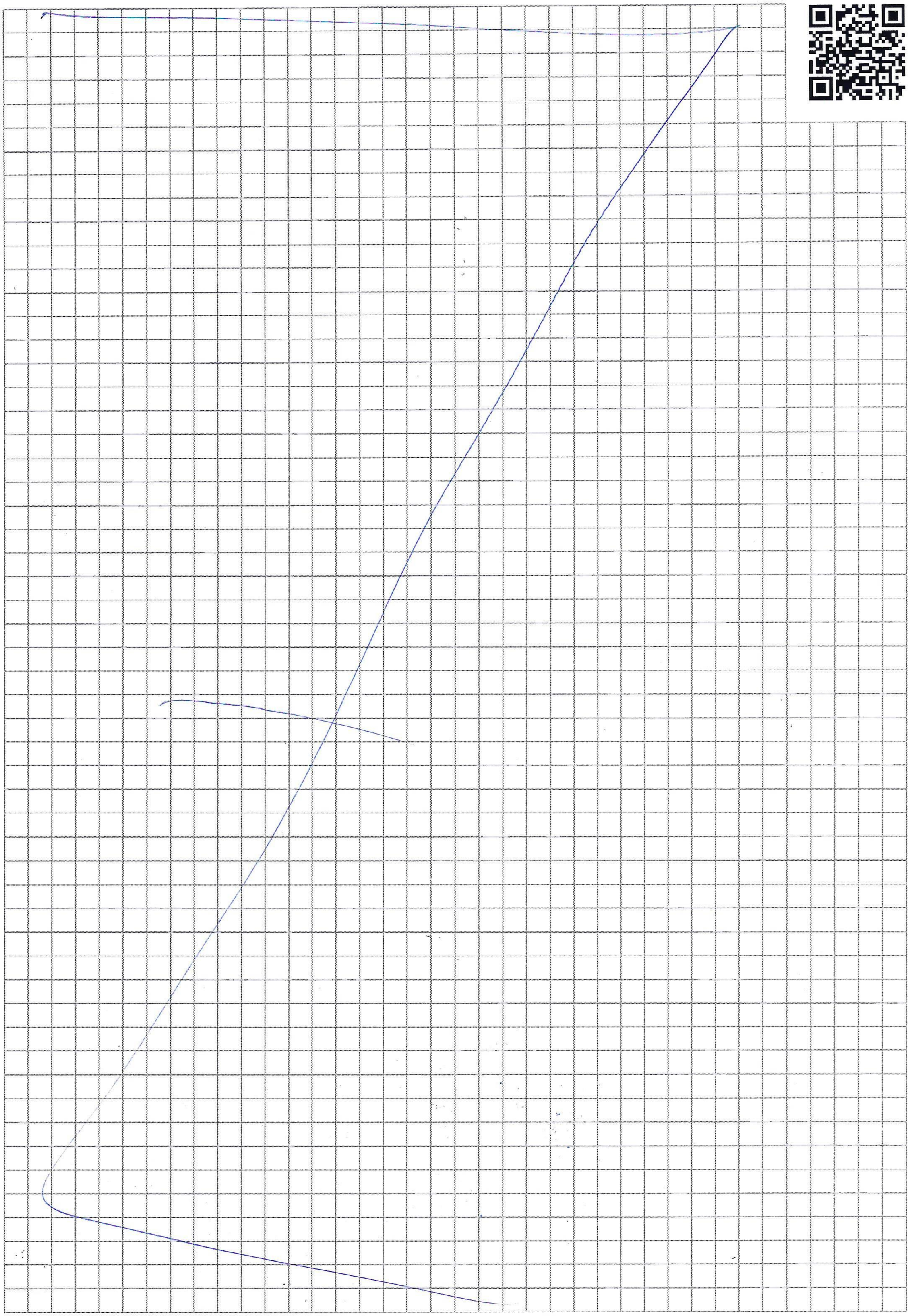


Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 1

Можно использовать оборот листа для записи решений



Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 1

